УДК 004.942

Ю.К. ТАРАНЕНКО,
доктор экономических наук, профессор Днепропетровского университета имени Альфреда Нобеля

Н.О. РИЗУН,
кандидат экономических наук, доцент Днепропетровского университета имени Альфреда Нобеля

М.В. ГУДИМ,
студент Днепропетровского университета имени Альфреда Нобеля

ИМИТАЦИОННАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА ЛЕОНТЬЕВА

Авторами предложен алгоритм и программный продукт для моделирования, имитации и анализа динамических систем. Разработана имитационная динамическая модель межотраслевого баланса Леонтьева с использованием инструментов блочного имитационного моделирования Simulink/MatLab. Особенностями предлагаемого алгоритма является уникальность его реализации для решения задачи прогнозирования в условиях неполноты исходных данных, а также универсальность использования разработанного программного продукта как результата синтеза в нем статической и динамической имитационной модели.

Ключевые слова: динамическая система, имитационная модель, межотраслевой баланс, алгоритм, синтез, Simulink.

Постановка проблемы. Экономические системы относятся к числу наиболее сложных и высокоразмерных из известных человечеству объектов как сточки зрения анализа и моделирования, так и с точки зрения управления ими. Анализ, планирование и управление динамикой сложных систем, поиск оптимальных вариантов развития делает актуальным решение задач непрерывного, разностороннего мониторинга состояния экономики. Для этого в качестве инструмента исследования структурных взаимосвязей, взаимодействий и взаимовлияний в экономике может быть использован межотраслевой баланс Леонтьева как наиболее универсальный. Матричные модели межотраслевого и межпродуктового баланса независимо от масштаба моделируемого объекта (страна, регион, комплекс предприятий, отдельное предприятие) имеют единичный принцип построения, единство системы расчетов, подобие экономических характеристик.

Теория межотраслевого анализа, естественным образом приспособленная служить инструментом мониторинга экономической системы, разработана лауреатом Нобелевской премии В.В. Леонтьевым и развита в трудах его многочисленных учеников и последователей – Ф. Дучин, Х. Ченери, П. Кларкоми др., работах современных ученых-экономистов – А.Г. Гранберга, А.Г. Аганбегяна, В.М. Немчинова, К.А. Багриновского, Э.Ф. Баранова, Н.П. Федоренко и др. [1–5].

В настоящее время актуальной является проблема анализа и прогнозирования динамических свойств сложных экономических систем различного уровня, моделируемых динамическими моделями межотраслевого баланса. Ее решение требует разработки практических алгоритмов и прикладных программ, обеспечивающих возможность многовариантных расчетов динамических характеристик для высокоразмерных моделей экономических систем.

Поэтому методология межотраслевого анализа в сочетании с богатыми алгоритмическими и формализованными возможностями аппарата MATLAB/Simulink, открывает новые перспективы для понимания причинно-следственных связей, анализа и построений процессов экономики исследований динамики системного развития и формирования объективного управления эконмической динамикой.

Целью работы является исследование возможностей использования современных информационных технологий имитационного моделирования в среде MATLAB/Simulink для повышения эффективности и точности исследования сложных экономических объектов и систем с учетом их динамических характеристик. Приведенная в работе методика является продолжением исследований в области применения модели Леонтьева в автоматизированных экономических системах [6] путем имитационного моделирования с использованием Simulink MatLab [7, 8].

Результаты исследований. Известно, что в отличие от статических, динамические модели призваны отразить не состояние, а процесс развития экономики, установить непосредственную взаимосвязь между предыдущими и последующими этапами развития и тем самым приблизить анализ на основе экономико-математической модели к реальным условиям развития экономической системы.

В рассматриваемой в данной работе динамической модели [1, 2, 3], являющейся развитием статической межотраслевой модели [6], предлагается рассматривать производственные капитальные вложения как часть конечной продукции с последующим исследованием их структуры и влияния на рост объема производства. То есть, в основу построения динамической системы уравнений положена математическая зависимость между величиной капитальных вложений и приростом продукции. Решение системы приводит к определению уровней производства, зависящих от объемов производства в предшествующих периодах.

Схема двух первых квадрантов динамического межотраслевого баланса приведена в табл. 1.

Таблица 1

Схема межотраслевого динамического баланса

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли									
	Межотраслевые потоки текущих затрат				Межотраслевые потоки капитальных вложений				Конечный продукт	Валовой продукт
	1	2	…	n	1	2	…	n		
1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1n}	$\Delta\Phi_{11}$	$\Delta\Phi_{12}$	…	$\Delta\Phi_{1n}$	Y_1'	X_1
2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2n}	$\Delta\Phi_{21}$	$\Delta\Phi_{22}$	…	$\Delta\Phi_{2n}$	Y_2'	X_2
…	.	.	…	.	.	.	…	.	.	.
n	x_{n1}	x_{n2}	…	x_{nn}	$\Delta\Phi_{n1}$	$\Delta\Phi_{n2}$	…	$\Delta\Phi_{nn}$	Y_n'	X_n

Описываемая модель содержит две матрицы межотраслевых потоков:

– матрицу текущих производственных затрат с элементами x_{ij} (совпадает с соответствующей матрицей статического баланса).

– матрицы межотраслевых потоков капитальных вложений $\Delta\Phi_{ij}$ –количества продукции i-й отрасли, которое направлено в текущем периоде в j-ю отрасль в качестве производственных капитальных вложений в ее основные фонды. Материально это выражается в приросте в потребляющих отраслях производственного оборудования, сооружений, производственных площадей, транспортных средств и др.

В статическом балансе потоки капиталовложений не дифференцируются по отраслям-потребителям и отражаются общей величиной в составе конечной продукции Y_j, каждой i-й отрасли. В динамической сумма потоков капиталовложений и конечного продукта динамической модели равна конечной продукции статического баланса:

$$\sum_{j=1}^{n} \Delta \Phi_{ij} + Y_i' = Y_i \,, \tag{1}$$

Уравнение распределения продукции вида (1) в динамическом балансе при этом преобразуется в следующее:

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} \Delta \Phi_{ij} + Y_i'; \quad i = \overline{1, n}. \tag{2}$$

Межотраслевые потоки текущих затрат выражают через валовую продукцию отраслей с помощью коэффициентов прямых материальных затрат:

$$x_{ij} = a_{ij} \cdot X_j. \tag{3}$$

Межотраслевые потоки капитальных вложений обусловливают прирост продукции, который в рассматриваемой модели в текущем периоде обусловлен вложениями, произведенными в этом же периоде. Если текущий период обозначить через ***t***, то прирост продукции ΔX_j равен разности абсолютных уровней производства в период ***t*** и в предшествующий (***t*** - 1)-й период:

$$\Delta X_j = X_j^{(t)} - X_j^{(t-1)}. \tag{4}$$

Полагая, что прирост продукции пропорционален приросту производственных фондов, принимают:

$$\Delta \Phi_{ij} = \varphi_{ij} \Delta X_j; \quad i, j = \overline{1, n}. \tag{5}$$

Экономический смысл коэффициентов пропорциональности φ_{ij}:

$$\varphi_{ij} = \frac{\Delta \Phi_{ij}}{\Delta x_j}, \tag{6}$$

заключается в том, что они показывают, какое количество продукции ***i***-й отрасли должно быть вложено в ***j***-ю отрасль для увеличения производственной мощности ***j***-й отрасли на единицу продукции. Предполагается, что производственные мощности используются полностью и прирост продукции равен приросту мощности. Коэффициенты φ_{ij} называются коэффициентами вложений, или коэффициентами приростной фондоемкости.

С помощью коэффициентов прямых материальных затрат и коэффициентов вложений φ_{ij} систему уравнений (2) можно представить в следующем виде:

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} \Delta X_j + Y_i'; \quad i = \overline{1, n}. \tag{7}$$

Система (7) представляет собой систему линейных разностных уравнений первого порядка. Ее можно привести к обычной системе линейных уравнений, если учесть, что все объемы валовой и конечной продукции относятся к некоторому периоду ***t***, а прирост валовой продукции определен в сравнении с (***t***-1)-м периодом:

$$X_i^{(t)} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j^{(t)} + \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} \left(X_j^{(t)} - X_j^{(t-1)} \right) + Y_j^{'(t-1)}; \quad i = \overline{1, n}. \tag{8}$$

Отсюда можно записать следующие соотношения:

$$X_i^{(t)} = \sum_{j=1}^{n} (a_{ij} + \varphi_{ij}) X_j^{(t)} - \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} X_j^{(t-1)} + Y_j^{'(t)}; \quad i = \overline{1, n}. \tag{9}$$

Если нам известны уровни валовой продукции всех отраслей в предыдущем периоде (величины $X_j^{(t-1)}$) и конечный продукт отраслей в $\boldsymbol{t}$-м периоде, то очевидно, что соотношения (9) представляют собой систему $\boldsymbol{n}$ линейных уравнений с $\boldsymbol{n}$ неизвестными уровнями производства t-го периода.

Таким образом, решение динамической системы линейных уравнений позволяет определить выпуск продукции в последующем периоде в зависимости от уровня, достигнутого в предыдущем периоде. Связь между периодами устанавливается через коэффициенты вложений φ_{ij}, характеризующие фондоемкость единицы прироста продукции.

С целью перехода от дискретного анализа к непрерывному вместо (1) будем иметь:

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} - \sum_{j=1}^{n} \frac{d\Phi_{ij}}{dt} + Y_j^{'(t)}. \tag{10}$$

Выражение (5) в пределе дает:

$$\frac{d\Phi_{ij}}{dt} = \varphi_{ij} \frac{dX_j}{dt}. \tag{11}$$

Окончательно для случая непрерывных изменений получим следующую систему соотношений:

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} \frac{dX_j}{dt} + Y_j^{'}; \quad i = \overline{1,n} \tag{12}$$

Соотношения (12) представляют собой систему $\boldsymbol{n}$ линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. Для ее решения, помимо матриц коэффициентов прямых материальных текущих затрат и коэффициентов капитальных затрат (вложений), необходимо знать уровни валового выпуска в начальный момент времени $\boldsymbol{t} = 0$ и закон изменения величины конечного продукта.

В динамической модели особую роль играют коэффициенты приростной фондоемкости φ_{ij}. Они образуют квадратную матрицу n-го порядка

$$(\varphi_{ij}) = \begin{pmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & & \varphi_{1n} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & & \varphi 2n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{n1} & \varphi_{n2} & & \varphi_{nn} \end{pmatrix}, \tag{13}$$

каждый столбец которой характеризует для соответствующей $\boldsymbol{j}$-й отрасли величину и структуру фондов, необходимых для увеличения на единицу ее производственной мощности (выпуска продукции). Матрица коэффициентов приростной фондоемкости является мощным материалом для экономического анализа и планирования капитальных вложений.

Структурная схема разработанной авторами имитационной модели динамической модели межотраслевого баланса Леонтьева в Simulink представлена на рис. 1.

При выполнении имитационного эксперимента была использована следующая постановка задачи определения валового выпуска $\boldsymbol{X}$ на заданный $\boldsymbol{T}$-й прогнозный период:

а) Исходная информация за предыдущий ***(t-1)***-й год по восьми отраслям народного хозяйства, расширенная матрицей межотраслевых потоков капитальных вложений (табл. 2).

Данные матрицы в модели реализованы с помощью блоков ***Constant*** – x_{ij}, $X_j(0)$, $\Delta\Phi_{ij}$, $Y_j(0)$ соответственно.

б) Информация о тенденциях изменения конечного продукта на следующий (***t***-й) период и все последующие периоды (***T-й***) Данные матрицы-столбцы в модели также реализованы с помощью блоков ***Constant***:

Изменения Y(t) = [1.09; 1.09; 1.2; 1.05; 1.1; 1.05; 1.02; 1.1];

Изменения Y(T) = [1.2; 1.2; 1.3; 1.1; 1.3; 1.1; 1.05; 1.3].

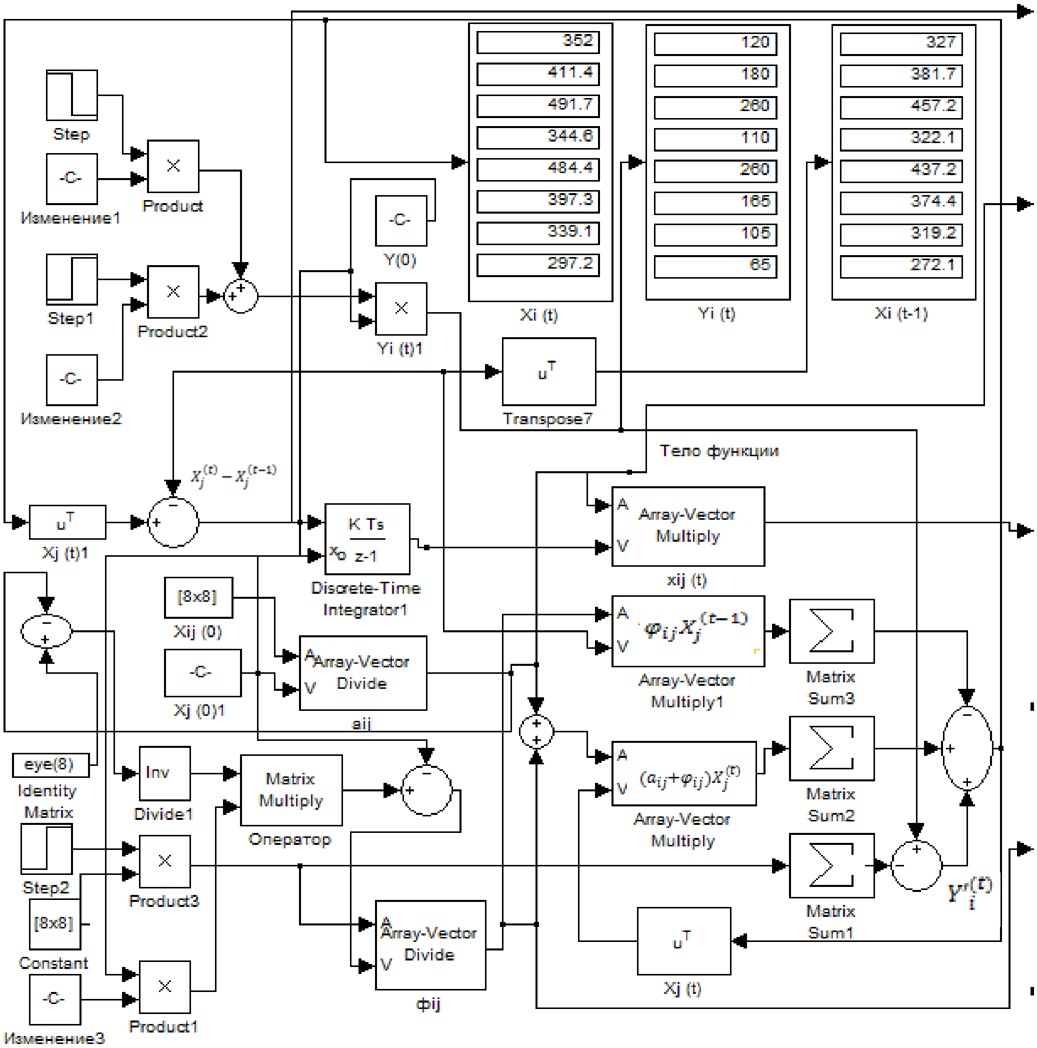


Рис. 1. Simulink-модель имитационной модели динамической модели межотраслевого баланса Леонтьева

Особенностью постановки данной задачи является отсутствие информации о темпах прироста показателя прироста валового продукта, необходимого для решения динамической задачи межотраслевого баланса, уже на первом этапе прогнозирования. В этой связи авторами предлагается следующий алгоритм решения задачи динамического прогнозирования в условиях недостаточности начальных данных:

1. Решение статической задачи межотраслевого баланса с целью нахождения на период ***t+1*** (тестирование данного модуля имитационной модели при нулевых значениях позволяет получить результаты, аналогичные расчетам, приведенным в предыдущей работе авторов [6]).

2. Переход к динамической задаче межотраслевого баланса с целью определения валового выпуска ***X*** на заданный ***T***-й прогнозный период. На данном этапе в качестве входных данных используются результаты расчетов модуля статической задачи межотраслевого баланса.

Таблица 2

Расширенные данные по межотраслевому балансу за предыдущий период

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли																	
	Межотраслевые потоки текущих затрат								Межотраслевые потоки капитальных вложений								Конечный продукт Y	Валовой продукт X
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8		
1	10	20	30	40	20	10	30	40	25	25	25	25	25	25	25	25	100	300
2	20	10	40	30	10	20	40	30	25	25	25	25	25	25	25	25	150	350
3	40	20	10	20	30	10	30	40	25	25	25	25	25	25	25	25	200	400
4	20	20	10	40	40	30	10	30	1	1	1	1	1	1	1	1	100	300
5	10	40	20	20	30	30	40	10	75	75	75	75	75	75	75	75	200	400
6	10	30	20	40	20	40	30	10	5	5	5	5	5	5	5	5	150	350
7	40	30	10	20	40	30	20	10	3	3	3	3	3	3	3	3	100	300
8	10	10	20	20	30	30	40	40	16	16	16	16	16	16	16	16	50	250

Основным элементом, реализующим динамический характер модели, является блок накопления показателя прироста валового продукта ΔX_j, реализованный с помощью блока ***Discrete-Time Integrator1***.

Уравнение распределения продукции (9) в имитационной модели представлено следующими компонентами:

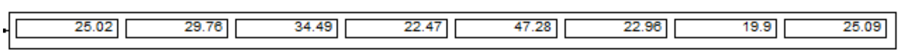
– компонента $(a_{ij} + \varphi_{ij})X_j^{(t)}$ рассчитывается путем суммирования в блоке ***Sum*** с последующим умножением с помощью блока ***Array-Vector Multiply*** на транспонированный (блок ***Transpose***) вектор $X_j^{(t)}$. Накопление полученных элементов происходит с помощью блока ***Matrix Sum2;***

– компонента $\varphi_{ij} X_j^{(t-1)}$в блоке ***Array-Vector Multiply1*** и накапливается в блоке ***Matrix Sum3;***

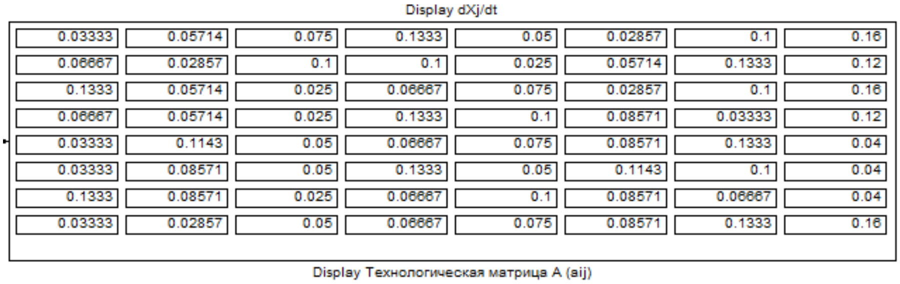
– компонента $Y_j^{'(t)}$ представлена разделенным от конечного производства статического в понимании количества продукции, которое необходимо направить на конечное потребление в момент времени ***T***.

Все три компоненты накапливаются в блоке ***Sum6***, который возвращает искомое значение валового выпуска ***X*** на заданный ***T***-й прогнозный период.

Результирующая группа блоков представлена блоками цифровых дисплеев ***Display***, которые показывают основные и промежуточные результаты расчетов:



Display dXj/dt



Display Технологическая матрица A (aij)

10.9	21.81	34.29	42.94	21.86	10.7	31.92	43.54
21.8	10.9	45.72	32.21	10.93	21.39	42.56	32.65
43.59	21.81	11.43	21.47	32.79	10.7	31.92	43.54
21.8	21.81	11.43	42.94	43.72	32.09	10.64	32.65
10.9	43.62	22.86	21.47	32.79	32.09	42.56	10.88
10.9	32.71	22.86	42.94	21.86	42.78	31.92	10.88
43.59	32.71	11.43	21.47	43.72	32.09	21.28	10.88
10.9	10.9	22.86	21.47	32.79	32.09	42.56	43.54

Display Межотраслевые потоки текущих затрат xij (t)

0.9275	0.7895	0.4367	1.132	0.6726	1.026	1.303	1.131
0.9275	0.7895	0.4367	1.132	0.6726	1.026	1.303	1.131
0.9275	0.7895	0.4367	1.132	0.6726	1.026	1.303	1.131
0.0371	0.03158	0.01747	0.04529	0.0269	0.04104	0.05214	0.04523
2.782	2.368	1.31	3.397	2.018	3.078	3.91	3.392
0.1855	0.1579	0.08734	0.2265	0.1345	0.2052	0.2607	0.2262
0.1113	0.09474	0.05241	0.1359	0.08071	0.1231	0.1564	0.1357
0.5936	0.5053	0.2795	0.7247	0.4305	0.6567	0.8342	0.7237

Display Коэффициентами приростной фондоемкости фij

Выводы. Таким образом, авторами предложен новый оригинальный алгоритм и инструмент моделирования, имитации и анализа динамических систем, позволяющий повысить эффективность и точность исследования сложных экономических объектов и систем. Рассматриваемый в работе подход к решению задачи прогнозирования валового выпуска продукции на базе динамической модели межотраслевого баланса Леонтьева обладает рядом особенностей, а именно – нахождение путей реализации классической постановки задачи в условиях неполноты исходных данных. Как следствие, данную имитационную модель, представленную двумя модулями, можно использовать для решения статической и динамической задачи прогнозирования, что является подтверждением как гибкости и универсальности как инструментов реализации (пакета блочного имитационного моделирования Simulink/MatLab), так и разработанного авторами алгоритма.

Список использованных источников

1. Гурнович Т.Г. Балансовые модели анализа состояния устойчивости экономических систем / Т.Г. Гурнович, Е.Л. Торопцев // Международная научно-практическая конференция «Системный анализ в проектировании и управлении» / Сборник трудов. – СПбГПУ, 2002. – С. 300–302.

2. Мараховский А.С. Исследование статистической точности балансовой модели макроэкономической системы в переходных и установившихся режимах / А.С. Мараховский // Экономика регионов – пути повышения конкурентоспособности аграрного сектора: сб. научн. тр. – Ставрополь, 2005. – С. 34–37.

3. Петлина Е.М. Динамическая модель межотраслевого баланса с учетом инвестиций / Е.М. Петлина // Научно-инновационные достижения ФМФ в области физико-математических и технических дисциплин: Материалы 52-й научно-методической конференции преподавателей и студентов Ставропольского государственного университета «Университетская наука – региону». – Ставрополь: Ставропольское книжное издательство, 2007. – С. 213.

4. Павловский Ю.Н. Имитационное моделирование / Ю.Н. Павловский, Н.В. Белотелов, Ю.И. Бродский. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 236 с.

5. Семенчин Е.А. О разрешимости динамической модели Леонтьева / Е.А. Семенчин, З.М. Лайпанова // Обозрение прикладной и промышленной математики. – М., 2007. – Т. 14. – Вып. 2. – С. 348–349.

6. Тараненко Ю.К. Застосування моделі Леонтьєва в автоматизованих економічних системах / Ю.К. Тараненко, Н.О. Різун, М.В. Гудим // Бюлетень Міжнародного Нобелівського економічного форуму. – 2013. – № 1(6). – С. 19–26.

7. Мицель А.А. Разработка системы имитационного моделирования экономических объектов на основе объектно-ориентированного подхода / А.А. Мицель, Е.Б. Грибанова // Известия ТПУ. – 2007. – Т. 311. – № 6. – С. 11–15.

8. Дэбни Дж. Simulink 4. Секреты мастерства / Дж. Дэбни, Т. Харман. – М.: Бином; Лаборатория базовых знаний, 2003. – 403 с.

Авторами запропоновано алгоритм і програмний продукт для моделювання, імітації та аналізу динамічних систем. Розроблено імітаційну динамічна модель міжгалузевого балансу Леонтьєва з використанням інструментів блочного імітаційного моделювання Simulink/ MatLab. Особливостями пропонованого алгоритму є унікальність його реалізації для вирішення задачі прогнозування в умовах неповноти вихідних даних, а також універсальність використання розробленого програмного продукту як результату синтезу в ньому статичної та динамічної імітаційної моделі.

Ключові слова: динамічна система, імітаційна модель, міжгалузевий баланс, алгоритм, синтез, Simulink.

The algorithm and a program product for modeling, simulation and analysis of dynamic systems were proposed. A simulation model of dynamic Leontief interbranch balance using the tools of block simulation Simulink / MatLab was developed. Peculiarities of the proposed algorithm are the uniqueness of its implementation for solving the problem of prediction with incomplete initial data, as well as the universalism of the developed software product as a result of synthesis it static and dynamic simulation model.

Key words: dynamic system, simulation model, interbranch balance, algorithm synthesis, Simulink.

Одержано 4.03.2014.