

УПРАВЛІННЯ ПОРТФЕЛЕМ ЦІННИХ ПАПЕРІВ НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНОГО АПАРАТУ D-ОЦІНОК РУССМАНА

У статті розглянуто переваги та недоліки сучасних підходів щодо формування портфеля цінних паперів в умовах ризику, а також обґрунтовано доцільність використання математичного апарату D-оцінок Руссмана для стратегій короткострокового портфельного інвестування.

В статье рассмотрены преимущества и недостатки современных подходов по формированию портфеля ценных бумаг в условиях риска, а также обоснована целесообразность использования математического аппарата D-оценок Руссмана для стратегий краткосрочного портфельного инвестирования.

This article has considered advantages and disadvantages of existing portfolio management methods. It has substantiated economic expediency of mathematic instruments Russman's D-factors for short-terms portfolio strategies.

портфельні інвестиції, D-оцінки Руссмана, ризик, формування портфеля цінних паперів

В умовах становлення фондового ринку як важливої ланки розвитку української економіки особливого значення набуває проблема формування ефективного портфеля цінних паперів.

Сутність портфельного інвестування полягає в покращенні умов інвестування шляхом формування в певний момент інвестиційного періоду таку сукупність активів, яка забезпечить необхідне для інвестора співвідношення ризику і доходності інвестиції, що неможливо при інвестуванні в окремий вид активу і досягається лише при розміщенні коштів інвестора у їх комбінації.

Ефективність управління портфелем цінних паперів передбачає необхідність проведення його моніторингу з метою поточного коригування інвестиційних рішень. Важливим принципом проведення моніторингу є порівняльність результатів, для забезпечення якої необхідно через певні інтервали часу провадити перевірки, користуючись єдиною методикою. Результативність моніторингу істотно залежить від якості системи показників портфеля, ступеня її репрезентативності, а також чутливості до несприятливих змін.

Початком сучасної теорії портфельного інвестування вважають публікацію у 1959 р. дослідження Г. Марковіца «Portfolio selection: efficient diversification of investments», згідно з яким, очікувана доходність активу – це випадкова величина, а ризик – це міра невизначеності цієї випадкової величини. Характеристикою доходності активу виступає математичне очікування можливих показників його доходності, а характеристикою ризику – дисперсія (варіація або середньоквадратичне відхилення) можливих значень доходності активу.

Таким чином, якщо портфель цінних паперів інвестора складається з n цінних паперів, то, користуючись апаратом теорії вірогідності, математичне очікування доходності портфеля (r_p) і його дисперсія (σ_p^2) обчислюватимуться:

$$r_p = \sum_{i=1}^n x_i \cdot r_i, \quad (1)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \cdot K_{ij}, \quad (2)$$

де x_i – частка початкової вартості портфеля, інвестованої в i -й цінний папір;
 x_j – частка початкової вартості портфеля, інвестованої в j -й цінний папір;
 r_i – математичне очікування доходності i -го цінного паперу;
 K_{ij} – коваріація між доходностями i -го та j -го цінних паперів.

Спираючись на дослідження Марковіца, інвестор має обирати портфель цінних паперів з найбільшою очікуваною доходністю і прийнятним для нього рівнем ризику, або вирішувати завдання мінімізації ризику портфеля за умови забезпечення встановленого рівня доходності.

Запропоновану Марковіцем концепцію було розширено Шарпом, Літнером і Моссіном, які у 1964–1966 рр. розробили модель оцінки фінансових активів (САРМ). Значущість цієї моделі полягає в розробці співвідношення між доходністю і ризиком активу для рівноважного ринку. Важливим є той факт, що під час вибору оптимального інвестиційного портфеля, інвестор має враховувати не весь ризик, притаманний активу, а лише ту його частину, яка належить до систематичного, недиверсифікованого ризику. Кількісно ця частина ризику характеризується коефіцієнтом «бета», запропонованим Шарпом у його однофакторній моделі.

Головним надбанням моделі САРМ є розробка теореми про розподіл, яка доводить, що оптимальна комбінація активів у портфелі інвестора може бути визначена без урахування його суб'єктивних переваг відносно ризику і доходності інвестицій. У стані рівноваги портфель містить усі активи, що знаходяться в обігу, а частка кожного активу збігається з його відносною ринковою вартістю і визначається як співвідношення поточної капіталізації активу і поточної капіталізації усього ринку активів [1].

Найбільш суперечний момент як портфельної теорії Марковіца, так і моделі САРМ пов'язаний з тим, що вони базуються на припущенні про скінченність дисперсії портфеля, яка характеризує ступінь ризику. Це припущення спирається на результати досліджень Луї де Башельє щодо теорії «ефективного» ринку, згідно з якою цінові зміни активів незалежні і являють собою броунівський рух. Отже, згідно з законом великих чисел, ймовірнісний розподіл доходності портфеля є логнормальним, тобто логарифми цінових змін активів схильні до броунівського руху, з чого випливає, що розподіл прибутків має скінченну середню величину і дисперсію.

Теорія ефективного ринку досі не отримала практичного підтвердження, більш того емпіричні дані, наведені у дослідженнях Мандельброта, показали, що доходності деяких активів можуть мати розподіл Парето з нескінченною дисперсією. На початку 1970-х рр. дослідження багатьох економістів підтвердили, що прибутки не підлягають нормальному розподілу. Книга одного з розробників моделі САРМ Шарпа містить розділи, присвячені необхідності модифікації стандартної теорії портфеля з урахуванням стійкого розподілу Парето. Однак наприкінці 1970-х рр. нормальний і логнормальний розподіл доходностей з допущенням про незалежність випадкових змін цін набули значного поширення і на цій основі почали розвиватись економетричні моделі аналізу і прогнозування фінансових показників. Таким чином, застосування економетрики до характеристики ринків капіталу стало більш комплексним, а теорія ефективного ринку набула широкого визнання і все менше ставилась під сумнів.

Головним досягненням 1970-х рр. у сфері портфельного інвестування були модель розрахунку цін опціонів Блека і Шоулза і арбітражна цінова теорія АРТ

(Arbitrage Pricing Theory) Роса. АРТ являє собою більш узагальнену цінову модель ніж модель CAPM, однак для її практичного інструментального опису було використано стандартну економетрику, в тому числі і припущення про скінченність дисперсії.

Наукові розробки 1980-х рр. головним чином були сконцентровані на емпіричних дослідженнях і розширенні сфери застосування існуючих моделей. При цьому, незважаючи на розповсюдження моделі CAPM, для оцінки портфельного ризику в практичних розрахунках почали віддавати перевагу не дисперсії або середньоквадратичному відхиленню, а волатильності, тобто варіативності доходності ринкових активів. Важливим досягненням такого підходу до оцінювання ризику є те, що ринкова волатильність змінюється у часі на відміну від досить сталого середньоквадратичного відхилення. Теорія ефективного ризику спирається на те, що випадкові зміни цін протягом кожного часового інтервалу не залежать одна від одної. Реальна ж поведінка випадкових змін не відповідає цьому припущенню. Характерною ознакою волатильності є кластеризація, тобто періоди високої або низької волатильності, що свідчить про залежність волатильності, а відтак і ризику, від її попередніх рівнів.

Наведений підхід знайшов своє відображення в авторегресійних умовних гетероскедастичних моделях Інгла (ARCH) [2]. ARCH-модель характеризує волатильність як суму базової волатильності й лінійної функції абсолютних значень декількох останніх змін доходностей:

$$\sigma_t^2 = a + \sum_{i=1}^q b_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2, \quad (3)$$

де a (константа) – базова волатильність;

ε_{t-i} – попередні зміни цін;

q – порядок моделі, тобто кількість змін цін, які вплинули на поточну волатильність;

b_i – коефіцієнти, які визначають ступінь впливу попередніх змін цін на поточне значення волатильності.

Доповненим варіантом моделі ARCH стала GARCH-модель, в якій передбачається, що на поточну волатильність впливають не тільки попередні зміни цін, а і попередні оцінки волатильності, так звані «старі новини». Відповідно до GARCH-моделі волатильність обчислюють за такою формулою:

$$\sigma_t^2 = a + \sum_{i=1}^q b_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p c_i \cdot \sigma_{t-i}^2, \quad (4)$$

де a (константа) – базова волатильність;

ε_{t-i} – попередні зміни цін;

q – порядок моделі, тобто кількість змін цін, які вплинули на поточну волатильність;

b_i – коефіцієнти, які визначають ступінь впливу попередніх змін цін на поточне значення волатильності;

p – кількість попередніх оцінок волатильності, які вплинули на поточну волатильність;

c_i – коефіцієнти, які визначають ступінь впливу попередніх оцінок волатильності на її поточне значення;

σ_{t-i}^2 – попередні зміни волатильності.

Незважаючи на безперечні переваги моделей ARCH і GARCH, вони базуються на припущенні про короткочасність пам'яті в ринкових процесах, а отже, і на припущенні про ринкову ефективність.

Починаючи з 1990-х рр. найбільш розповсюдженою формою кількісної оцінки портфельного ризику стає методика Value-at-Risk (VaR). VaR – це ста-

тистична оцінка максимальних втрат інвестиційного портфеля при визначеному розподілі ринкових факторів за певний період часу.

Істотні переваги методики VaR обумовлені тим, що вона дозволяє:

1) оцінити ризик можливих втрат, співвіднесених з ймовірностями їх виникнення;

2) вимірювати ризики у будь-яких ринкових умовах;

3) агрегувати ризики окремих позицій в єдину величину для усього портфеля, при цьому беручи до уваги інформацію про кількість позицій, ринкові волатильності та період утримання позицій.

Методика VaR, як і інші моделі сучасної теорії управління портфелем, базується на припущенні про скінченність дисперсії, але, на відміну від інших, не потребує нормального розподілу доходностей активів. Якщо волатильність ринку або кореляція між активами змінюватимуться стрибкоподібно, то VaR відобразить ці зміни (за умов їх сталості) тільки через визначений проміжок часу, а до цього моменту VaR-оцінки будуть некоректними, що призводить до істотного зниження застосовності методики VaR в умовах несталих ринків, до яких належить і ринок цінних паперів України.

Сьогодні теорія управління інвестиційним портфелем набуває особливої актуальності. Значний внесок в дослідження цієї галузі зробили лауреати Нобелівської премії Дж. Тобін, Г. Марковіц, У.Ф. Шарп, М. Шоулз, Р. Інгл, а також Дж.В. Бейлі, Дж. Лінтнер, Д.А. Єндовицький, А.О. Недосекін, Є.М. Четиркін та ін. Однак дослідження вищезгаданих авторів певною мірою присвячені оцінкам ризику довгострокових портфельних інвестицій, в той час як сучасні ринкові реалії потребують апарату оцінки ризику для короткострокових інвестиційних стратегій.

Метою дослідження є обґрунтування економічної доцільності використання математичного апарату D-оцінок Руссмана для стратегій короткострокового портфельного інвестування.

Припустимо, що портфель цінних паперів – це деяка система змінної структури, а управління портфелем – це процес контролю за цією системою. Метою такого управління буде отримання запланованого доходу протягом певного інвестиційного періоду. Ризик визначимо як ступінь загрози недосягнення поставленої мети, який математично має вигляд змінної величини – функції відносно поточного стану системи. Для кількісної оцінки ступеня загрози недосягнення мети використаємо апарат D-оцінок Руссмана.

Чим менше запас можливостей щодо тих вимог, які диктує поставлена мета, тим складніше її досягти, тобто загроза недосягнення мети пов'язана і концептуально і формально зі «складнощами», які змінюються у часі під впливом опору зовнішнього середовища, якості використаних ресурсів і власними обмеженими можливостями. У контексті цього дослідження під ресурсами будемо розуміти поточну структуру інвестиційного портфеля, яка забезпечує визначену його доходність. Таким чином, основна умова, якій має відповідати оцінка «складнощів», полягає в тому, що «складність» монотонно зменшується при збільшенні «відстані» між оцінками вимог і ресурсної забезпеченості. Крім того, якість результату (мети) і якість ресурсів – це комплексні поняття, які залежать від багатьох факторів.

Результатом вивчення такої багатофакторної характеристики є запровадження І.Б. Руссманом оцінка «складності досягнення мети» або D-оцінка, яка породжується багатьма факторами. Крім цього, можливо розглядати і специфічні «складнощі», породжені кожним фактором окремо. Таким чином, виникає проблема співвідношення між набором локальних «складнощів» і агрегованою «складністю», яка породжена комплексом цих специфічних факторів.

Вищезгадані співвідношення описуються такою системою аксіом.

Нехай d_1 і d_2 – це специфічні складнощі, а d – породжена ними агрегована складність, тоді:

1. $d = f(d_1, d_2)$.

Агрегована складність не залежить від будь яких факторів, окрім заданих. Надалі f називатимемо згорткою труднощів.

2. $d_1 \cdot d_2 = d_2 \cdot d_1$.

Комутативність згортки означає, що до моменту здійснення управлінського впливу порядок виникнення складнощів не суттєвий, тобто якщо система знаходиться під впливом, то не має значення, накладається перша складність на другу, чи навпаки.

Прийняття такої умови призводить до відсутності ієрархії факторів, що визначається такою умовою асоціативності:

3. $(d_1 \cdot d_2)d_3 = d_1(d_2 \cdot d_3)$.

Наступною умовою є умова нормування:

4. $0 \leq d_1, d_2; \quad d \leq 1; \quad f(0, 0) = 0; \quad f(1, 1) = 1$.

5. $f(d_1, 0) = d_1$.

Умова, яка означає, що за відсутності складності за другим фактором, згортка збігається зі складністю за першим фактором.

Ще на початку XIX ст. Н. Абе́лем було доведено, що загальний вигляд функції f при виконанні умов 1–3 описується формулою:

$$f(d_1, d_2) = \varphi^{-1}[\varphi(d_1) + \varphi(d_2)], \quad (5)$$

де φ – монотонна, безперервна функція.

Для виконання умов 4–5 на φ накладаються обмеження $\varphi(0) = 0, \quad \varphi(1) = \infty$.

Якщо як функцію φ обрати $\ln \frac{1}{1-d}$, то:

$$f(d_1, d_2) = d_1 + d_2 - d_1 d_2. \quad (6)$$

Таким чином, якщо поняття складності відповідає умовам 1–5, а як генеруюча функція φ обирається функція (5), то вираз агрегованої складності збігається з формулою ймовірності суми незалежних подій. Звідси випливає, що складність може бути охарактеризована ймовірнісними термінами.

Якщо під $\varphi(d)$ у формулі (5) розуміти витрати на подолання складності d , то (6) можна трансформувати таким чином: витрати на подолання загальної складності являють собою суму витрат на подолання профакторних складностей, оскільки $d = \varphi^{-1}[\varphi(d_1) + \varphi(d_2)]$ еквівалентно рівнянню $\varphi(d) = \varphi(d_1) + \varphi(d_2)$, що підтверджує з економічних міркувань доцільність вибору умов 1–5.

Визначимо складність через оцінку якості ресурсу.

Нехай $\mu \in (0, 1]$ – це безрозмірна оцінка якості ресурсу з умовою «чим більше, тим краще», а $\varepsilon \in [0, 1)$ – нижня межа вимог щодо якості ресурсу. Ресурс вважається допустимим, якщо виконується нерівність $\mu \geq \varepsilon$. Під складністю, або D-оцінкою Руссмана розумітимемо величину, що описується співвідношенням:

$$d = \frac{\varepsilon(1-\mu)}{\mu(1-\varepsilon)}, \quad \mu \geq \varepsilon. \quad (7)$$

Зрозуміло, що $d \in [0, 1]$, $d = 0$ у випадку, коли відсутня вимога щодо якості ресурсу ($\varepsilon = 0$) і при $\mu = 1$, тобто для ресурсу ідеальної якості. Складність досягає максимального значення $d = 1$ при $\mu = \varepsilon$. Таким чином, складність, описана співвідношенням (7), відповідає усім сформульованим вище умовам.

Формула (7) допускає ймовірнісну інтерпретацію: введемо дві випадкові події: A_i – невиконана вимога щодо якості i -го результату, B_j – невиконана

вимога щодо якості j -го ресурсу. Тоді d_{ij} виступає як ймовірність $P(A_i / \bar{B}_j)$ недодержання i -того результату при використанні j -го ресурсу, що відповідає вимогам [3]. При цьому вираз (7) трансформується у формулу Байеса, якщо приймається одна з двох можливих інтерпретацій:

1. $\varepsilon_j = P(B_j), \mu_{ij} = P(B_j / A_i)$ або

2. $\varepsilon_{ij} = P(\bar{B}_j / A_i), \mu_j = P(\bar{B}_j)$.

І в першому, і в другому випадках передбачається виконання умови $P(A_i / B_j) = 1$, тобто при неякісному ресурсі результат не може бути досягнутий.

Оскільки така оцінка ризику змінюється у часі, вона може бути використана при короткотерміновому портфельному інвестуванні.

Українському ринку цінних паперів притаманні такі особливості:

- 1) низька ліквідність значної частини цінних паперів;
- 2) відсутність залежності вартості акції від фінансових результатів діяльності емітента;
- 3) інформаційна непрозорість;
- 4) домінуючий вплив політичних факторів на формування ринкових трендів;
- 5) великий ступінь волатильності;
- 6) різкі зміни напрямків ринкових трендів.

Вищенаведені причини істотно ускладнюють оцінку і прогнозування ринкових показників. У зв'язку з суттєво відмінними очікуваннями інвесторів стосовно доходності і ризику окремих цінних паперів, їх ціни не відповідають дійсній ринковій вартості, тому найбільш популярна сьогодні стратегія управління портфелем зводиться до постійного його моніторингу з метою виявлення неадекватно оцінених фінансових інструментів. Такий підхід важко співвідносити з традиційними способами побудови оптимального ринкового портфеля розрахованими на довготермінову перспективу завдяки використанню середніх значень доходності. Таким чином, виникає об'єктивна необхідність у розробці стратегій для короткотермінових портфельних інвестицій якомога більш вільних від суперечливих припущень про ринкову ефективність.

З метою отримання оцінок ризику для короткотермінових портфельних інвестицій у цьому дослідженні обґрунтовано доцільність використання математичного апарату D-оцінок Руссмана, який дозволяє визначати ризик як ступінь загрози неотримання анонсованої доходності протягом певного періоду. Ризик при цьому розглядається як змінна величина, залежна від поточної доходності портфеля.

Список використаної літератури

1. Беяков С.С. О возможности получения прогнозные знания из остаточной нерегулярной компоненты временных рядов с памятью / С.С. Беяков // Проблемы регионального управления, экономики, права и инновационных процессов в образовании: Сборник трудов IV Междунар. науч.-практ. конф. – Таганрог: Изд-во ТИУиЭ, 2004. – С. 21–27.

2. Engle R. Estimation Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The «ARCH-M Model» / R. Engle, D. Lilien, R. Robins // *Econometrica*. – Vol. 55, № 2 (March, 1987). – P. 391–407.

3. Берколайко М.З. Использование D-оценок Руссмана для управления портфелем активов / М.З. Берколайко, И.Л. Каширина, К.Г. Иванова // *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии*. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2008. – № 1. – С. 102–110.

Надійшло до редакції 3.03.2010.